



Zespół Szkół nr 1 im. Adama Mickiewicza

ul. Sobieskiego 22 42-700 Lubliniec

tel. 034 351 14 33 kom. 782 992 645

www.mickiewicz.net.pl e-mail: lolubliniec@list.pl

## X MIĘDZYSZKOLNY KONKURS MATEMATYCZNY

### IM. STEFANA BANACHA

30 maja 2016

1. (10 pkt) Wyznaczyć wartość parametru  $a$  tak, aby pierwiastki równania  $x^3 - 13x^2 + ax - 27 = 0$  tworzyły ciąg geometryczny. Czy suma kwadratów pierwiastków tego równania jest liczbą złożoną?

2. (11 pkt) Ile liczb całkowitych należy do zbioru rozwiązań nierówności

$$\sqrt{x} - \sqrt{x + \log_{1,5} \left( 3^{-2} \cdot \sqrt[3]{8^2} \right)} > \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2 + 16)}{n^3 - 64} ?$$

3. (11 pkt) Niech  $a, b, c \in \mathbb{N}_+$  oznaczają długości boków trójkąta prostokątnego. Znaleźć wszystkie takie trójkąty prostokątne, dla których wartość pola i obwodu danego trójkąta jest taka sama.

4. (8 pkt) Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny  $ABCD$  ( $A, B, C, D$  – wierzchołki podstawy). Wiedząc, że trójkąt  $ASC$  jest prostokątny, obliczyć sinus kąta pomiędzy wysokościami przeciwległych ścian bocznych tego ostrosłupa.

5. (10 pkt) Na krzywej  $y = \frac{27}{x^3}$  ( $x > 0$ ) znaleźć punkt leżący najbliżej prostej  $x + y = 0$ .