

## Zadania konkursowe VII Konkursu Matematycznego im. Stefana Banacha

**23. maj 2013 roku**

1. Rozwiązać w liczbach całkowitych równanie  $xy=x+2y$
2. Czy można liczbę 100 przedstawić w postaci sumy liczb jednocyfrowych lub dwucyfrowych tak, aby była przy tym użyta każda z dziesięciu cyfr i tylko jeden raz?
3. W trójkącie ABC mamy dane  $|AC| = 9$ ,  $|BC| = 10$  i  $|BA| = 11$ . Punkt D leży na boku AB i  $|AD| = 3$ . Obliczyć długość odcinka  $|CD|$ .
4. Oblicz  $(x^{15}+1)/(x^6+1)$ , jeżeli wiadomo, że  $x>0$  i  $(x^6+1)/(x^6-1) = 7$
5. Udowodnić, że jeżeli  $u_1, u_2, v_1, v_2$  są dowolnymi liczbami rzeczywistymi, to zachodzi nierówność  $(u_1v_1 + u_2v_2)^2 \leq (u_1^2 + u_2^2)(v_1^2 + v_2^2)$
6. Podstawą ostrosłupa jest równoramienny trójkąt prostokątny o przyprostokątnych równych  $a$ . Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa mają długość  $b$ . Oblicz objętość ostrosłupa.