



Zespół Szkół nr 1 im. Adama Mickiewicza

ul. Sobieskiego 22 42-700 Lubliniec

tel. 034 351 14 33 kom. 782 992 645

www.mickiewicz.net.pl e-mail: lolubliniec@list.pl

## XI MIĘDZYSZKOLNY KONKURS MATEMATYCZNY

### IM. STEFANA BANACHA

6 kwietnia 2017

- (9 pkt)** Dla jakiej wartości parametru  $p \in R$  funkcja  $f(x) = |x - 3| - \sqrt{x^2 + 4x + 4} + p$  nie ma miejsc zerowych?
- (12 pkt)** Dany jest okrąg o promieniu  $r$  oraz dwa ciągi liczbowe  $(a_n)$  oraz  $(b_n)$ , gdzie  $n > 2$ . Wartościami kolejnych wyrazów ciągu  $(a_n)$  są pola  $n$ -kątów foremnych opisanych na tym okręgu a wartościami kolejnych wyrazów ciągu  $(b_n)$  są pola  $n$ -kątów foremnych wpisanych w ten okrąg. Oblicz granice ciągów  $(a_n)$  oraz  $(b_n)$ .

Wskazówka: wykorzystaj fakt, że  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{c}{n}\right)}{\frac{c}{n}} = 1$ , gdzie  $c \neq 0$ .

- (10 pkt)** Który ze stożków wpisanych w kulę o promieniu 1 ma największą objętość? Znajdź promień podstawy, wysokość i objętość tego stożka.
- (9 pkt)** Niech  $k$  będzie daną liczbą całkowitą dodatnią. Rozwiąż w zbiorze liczb całkowitych równanie:  $(x + 1) \cdot \dots \cdot (x + k) = k!$

Wskazówka: wykorzystaj fakt, że  $(k + l)! > k!!$  dla  $l \geq 1$  i  $k \geq 1$ .

- (10 pkt)** Obliczyć pole trapezu równoramiennego opisanego na okręgu, jeśli jego podstawy są równe największemu oraz najmniejszemu pierwiastkowi równania

$$\log 3 + \left(2 + \frac{1}{2t}\right) \log 2 - \log \left(32 + 2^{\frac{1}{t}}\right) = 0.$$